Perluasan Model Statik *Black Hole* Schwartzchild

Abd Mujahid Hamdan
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Ar-raniry, Banda Aceh, Indonesia
mujahid@ar-raniry.ac.id

Abstrak: Telah dilakukan perluasan model *black hole schwartzchild* dengan pendekatan metrik yang gayut waktu. Selain itu, dianalisis pula konsekuensi fisis akibat *black hole* bergerak dengan kecepatan seragam terhadap pengamat. Hasil yang di luar dugaan adalah ternyata horizon peristiwa terus mengalami perluasan bagi pengamat bila *black hole* mengalami gerakan dengan kecepatan seragam. Perluasan model ini pada akhirnya menunjukkan terjadinya pergesaran biru (*blue-shift*).

Keywords: *black hole* schwarzschild, dinamika ruang-waktu

1. Pendahuluan

Fisika modern berpijak pada dua teori mendasar yakni teori relativitas (khusus dan umum) dan mekanika kuantum[1]. Teori relativitas yang digagas oleh A. Einstein berhasil dengan sangat baik menjelaskan objek yang bermassa masif dan bergerak dengan kecepatan yang sangat cepat. Sementara mekanika kuatum berhasil dengan sangat baik menjelaskan prilaku objek mikroskopis. Kedua gagasan besar ini berhasil dengan sangat baik lolos uji eksperimen dan observasi. Namun, kedua teori ini tidak dapat disintesiskan secara bersamaan. Usaha sintesis keduanya telah menjadi usaha selama beberapa dekade terakhir. Usaha tersebut diantaranya adalah penyempurnaan Teori Dawai (*String Theory*) dan Teori Ikalan Gravitasi Kuantum (*Loop Quantum Gravity*)[2].

Sementara itu, berdasarkan objek kajian, *black hole* menjadi jembatan bagi sintesa tersebut. *Black hole* merupakan objek hipotetik dari pemecahan persamaan medan Einstein. Salah satu solusi dari pesamaan medan tersebut adalah metrik scwardzchild yang berhasil dengan sangat baik menjelaskan gerak orbital benda (masif), bahkan berhasil dengan sangat akurat memprediksi gerak presisi orbital dari planet Merkurius terhadap Matahari[7]. Namun, dengan asumsi statik maka metrik *black hole* scwartzchild belum sepenuhnya tepat. Sebab *black hole* sebagai objek masif dapat dianggap densitasnya gayut waktu. Pada makalah ini akan dibangun model *black hole* non statik dan bergerak dengan kecepatan seragam. Akibat dari asumsi tersebut, maka metrik diasumsikan gayut waktu dan efek relativistik diperhitungkan jika dinamika *black hole* diamati oleh pengamat pada jarak tertentu. Agar memudahkan perhitungan black hole ditinjau pada keadaan dua dimensi dengan hanya satu dimensi ruang

2. Modifikasi Metric Schwarzchild

Metrik schwardzchild dibangun dengan asumsi simetris dan statis. Simetri artinya hanya berubah secara radial dan tidak berubah terhadap sudut. Sementara statis berarti metrik ini tak gayut terhadap waktu. Selain asumsi tersebut, diasumsikan pula bahwa materi berada pada ruang-waktu tanpa sumber medan dan berada pada fluida sempurna tanpa kekentalan dan tekanan. Metrik tersebut dibangun atas geometri bola (*spherical*) simetri sebagai geometri ruang dan ditambahkan komponen waktu sebagai rumusan invariant dalam ruang–waktu yang dituliskan sebagai,

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\psi^2 \qquad (1)$$

dengan

$$d\psi^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2 \qquad (2)$$

Komponen r, θ dan ϕ merupakan komponen yang serupa dengan koordinat bola. Sedangkan t adalah waktu, R adalah jarak suatu titik dari singularitas dan M adalah massa di daerah dalam lingkaran yang beririsan dengan titik tertentu menuju pusat singularitas[3].

Melalui asumsi yang sudah disebutkan sebelumnya, maka tensor metrik kovarian dituliskan sebagai

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -\alpha_1(t)\beta_1(l) & 0 \\ 0 & \alpha_2(t)\beta_2(l) \end{pmatrix}, \qquad (3)$$

dengan

$$\beta_1(x) = \left(1 - \frac{2M}{l}\right)$$

dan

$$\beta_2(x) = \left(1 - \frac{2M}{l}\right)^{-1}.$$

Sehingga

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu} = -\alpha_1(t)\left(1 - \frac{2M}{l}\right) dt^2 + \alpha_2(t)\left(1 - \frac{2M}{l}\right)^{-1} dl^2, \tag{4}$$

dengan $t, l \in \mu\nu$.

Dengan tensor metrik tersebut, maka diperoleh wakilan simbol kristoffel [4] yang terdiri dari :

$$\Gamma^1_{11} = \frac{1}{2}\dot{\alpha}_1\left(1 - \frac{2M}{l}\right),\ \Gamma^1_{12} = -\frac{M}{l(l-2M)},\ \Gamma^1_{21} = -\alpha_1^{-1}\dot{\alpha}_1\frac{M}{l^2},\ \Gamma^1_{22} = \frac{1}{2}\alpha_1\dot{\alpha}_2$$

$$\Gamma^2_{11} = \alpha_2^{-1}\alpha_1\frac{M}{l(l-2M)},\ \Gamma^2_{21} = -\alpha_2^{-1}\alpha_1\frac{M}{l(l-2M)},\ \Gamma^2_{12} = -\frac{1}{2}\alpha_2^{-1}\dot{\alpha}_2,\ \text{dan}$$

$$\Gamma^2_{22} = -\frac{M}{l(l-2M)}.$$

Dari wakilan symbol kristoffel tersebut diperoleh tensor ricci[5] sebagai berikut:

$$R_{11}=\frac{1}{2}\ddot{\alpha}_1\left(1-\frac{2M}{l}\right)-\alpha_2^{-1}\alpha_1^{-2}\frac{M^2}{l^2(l-2M)^2}-\frac{1}{2}\alpha_2^{-1}\alpha_1\dot{\alpha}_1\frac{M}{l^2}-\alpha_2^{-1}\alpha_1\frac{M^2}{l^2(l-2M)^2}$$
$$+\dot{\alpha}_1\alpha_2^{-2}\frac{M^2}{l^3(l-2M)}+\alpha_2^{-1}\dot{\alpha}_1\frac{M^3}{l^3(l-2M)}+\alpha_2^{-2}\alpha_1^2\frac{M^2}{l^2(l-2M)^2}\ \text{dan}$$
$$R_{22}=\frac{1}{2}\dot{\alpha}_1\ddot{\alpha}_2-\frac{6M(M-l)}{l^2(l-2M)^2}+\frac{1}{4}\dot{\alpha}_1\alpha_1\dot{\alpha}_2\left(1-\frac{2M}{l}\right)-\alpha_1\alpha_2^{-1}\frac{M}{l(l-2M)}$$
$$-\frac{1}{2}\alpha_2^{-1}\alpha_1^2\dot{\alpha}_2\frac{M}{l(l-2M)}+\frac{1}{4}\alpha_1\alpha_2^{-1}\left(\dot{\alpha}_2\right)^2.$$

Dengan demikian maka diperoleh kelengkungan skalar sebagai berikut :

$$R=-\frac{1}{2}\alpha_1^{-1}\ddot{\alpha}_1+\alpha_2^{-1}\alpha_1^{-3}\frac{M^2}{l^3(l-2M)^3}+\frac{1}{2}\alpha_2^{-1}\dot{\alpha}_1\frac{M}{l(l-2M)}+\alpha_2^{-1}\frac{M^2}{l^2(l-2M)^3}$$
$$-\alpha_1^{-1}\dot{\alpha}_1\alpha_2^{-2}\frac{M^2}{l^2(l-2M)^2}-\alpha_1^{-1}\alpha_2^{-1}\dot{\alpha}_1\frac{M^3}{l^2(l-2M)^2}-\alpha_2^{-2}\alpha_1\frac{M^2}{l(l-2M)^3}$$
$$+\left(\frac{1}{2}\alpha_2^{-1}\dot{\alpha}_1\ddot{\alpha}_2-\alpha_1\alpha_2^{-2}\frac{M}{l^2}+\frac{1}{4}\alpha_1\alpha_2^{-2}\left(\dot{\alpha}_2\right)^2\right)\left(1-\frac{2M}{l}\right)$$
$$+\frac{1}{4}\alpha_2^{-1}\dot{\alpha}_1\alpha_1\dot{\alpha}_2\left(1-\frac{2M}{l}\right)^2-\frac{6M(M-l)}{l^4}-\frac{1}{2}\alpha_2^{-2}\alpha_1^2\dot{\alpha}_2\frac{M}{l^2}.$$

Mengingat persamaan Einstein[6] dituliskan sebagai:

$G_{\mu\nu}\equiv R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}=8\pi T_{\mu\nu},$	(5)

dan dengan asumsi sebelumnya, maka tensor energi-momentum menjadi:

$$T_{\mu\nu}=\begin{bmatrix}\rho c^2 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}.$$

Dengan menggunakan syarat awal bahwa pada batas $l=2M$ waktu akan terhenti, sehingga komponen metrik beserta fungsinya haruslah lenyap. Melalui manipulasi G_{11} diperoleh $\alpha_2^{-2}=0.$

Kita misalkan $\alpha_2 = e^{\lambda t}$, dengan λ adalah tetapan. Maka dengan menggunakan hampiran, akan lebih tepat jika yang digunakan adalah deret taylor, sebab pada batas yang dipilih t bergerak menuju 0. Dengan demikian,

$$e^{-2\lambda t} \approx 1 - 2\lambda t + \lambda^2 t^2 - \frac{1}{9}\lambda^2 t^2 = 0. \tag{6}$$

Solusi dari persamaan (6) adalah:

$$\lambda = \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{3(3+2\sqrt{3})}\right) - \frac{3^{2/3}}{\sqrt[3]{3+2\sqrt{3}}}}{t} \tag{7}$$

Sementara itu melalui syarat awal tersebut dan manipulasi pada G_{22} diperoleh

$$\frac{1}{4}\left(\dot{\alpha}_1 \ddot{\alpha}_2 - \alpha_2^{-1} \alpha_1^{2} \dot{\alpha}_2\right) - \alpha_1 \alpha_2^{-1} = 0. \tag{8}$$

dengan melakukan subtitusi (7) ke (8) maka diperoleh,

$$\frac{1}{4}\left(\dot{\alpha}_1 \lambda^2 e^{\lambda t} - \lambda \alpha_1^{2}\right) - \alpha_1 e^{-\lambda t} = 0.$$

Misal $\alpha_1 = e^{\phi t}$, maka diperoleh:

$$\frac{\lambda}{4}\left(\phi \lambda e^{\lambda t} - e^{\phi t}\right) - e^{-\lambda t} = 0.$$

Sehingga dengan demikian,

$$\phi = \frac{4e^{-2\lambda t}}{\lambda^2} - \frac{W_n(f(t))}{t},$$

dengan

$$f(t) = -\frac{e^{\frac{4te^{-2\lambda t}}{\lambda^2} - \lambda t}}{\lambda}$$

dan $W_n(f(t))$ adalah kontinuasi analitik.

Hasil ini menunjukkan bahwa ruang-waktu yang disebabkan keberadaan singularitas bersifat dinamis. Sifat tersebut tidak ditentukan oleh perubahan densitas atau adanya sumber energi. Satu-satunya variable yang berperan pada perubahan itu adalah variabel waktu. Artinya, jika suatu *balck hole* yang memiliki horizon peristiwa, maka ia akan menyebabkan perubahan kelengkungan ruang-waktu, tanpa harus menambah densitas singularitasnya.

3. Efek Relativistik pada *Black Hole* Bergerak

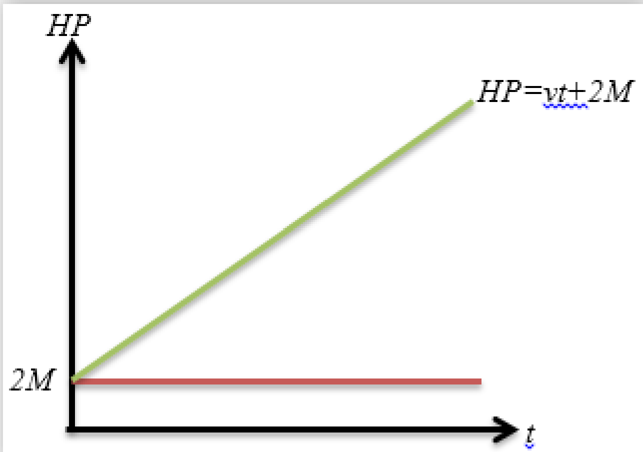
Jika *black hole* bergerak dengan kecepatan seragam, maka massa, waktu dan jarak dipengaruhi oleh efek relativistik. Sehingga bagi pengamat metrik menjadi

$$ds^2 = -\alpha_1(\chi(t-vl))\left(1-\frac{2M}{l-vt}\right)\chi^2(t-vl)^2\,dt^2$$
$$+\alpha_2(\chi(t-vl))\left(1-\frac{2M}{l-vt}\right)^{-1}\chi^2(l-vt)^2\,dl^2, \qquad (9)$$

dengan $\chi = \left(1-v^2\right)^{-1/2}$. Melalui persamaan tersebut, terlihat bahwa horizon peristiwa (HP) ditentukan pada keadaan,

$$t = \frac{HP-2M}{v},$$

Artinya semua titik di sekitar blackhole berpotensi menjadi horizon peristiwa. Melalui Gambar 1, HP yang ditunjukkan melalui kurva berwarna hijau terus mengalami pemanjangan terhadap waktu. Sementara untuk HP pada *black hole schwarszchild* memiliki HP yang konstan terhadap waktu. Hal ini semakin menguatkan argumentasi sebelumnya, bahwa HP singularitas tidaklah ditentukan densitasnya. Tetapi ditentukan oleh variabel waktu.



Gambar 1. Perbandingan antara Horison peristiwa (HP) relativistik dan non relativistic.

4. Tafsir dan Konsekuensi Fisika

Bila terdapat pengamat yang diam pada jarak R dan ikut bergerak bersama *black hole* schwartzchild, dapat dianggap di sekitarnya berlaku koordinat Minkowski, maka waktu pribadi pengamat tersebut adalah:

$$d\tau = dt\sqrt{1-\frac{2M}{R}}.$$

Namun bagi pengamat lain yang mengamati *black hole* bergerak waktu pribadinya adalah:

$$d\tau_o = \sqrt{1-\frac{2M}{l-vt}}\chi(t-vl)dt. \tag{10}$$

Sehingga perbandingan kedua waktu pribadi tersebut adalah:

$$\frac{d\tau_o}{d\tau} = \sqrt{\frac{1-\frac{2M}{R-vt}}{1-\frac{2M}{R}}}\chi(t-vR) \tag{11}$$

Dengan demikian $d\tau_o < d\tau$. Hal ini akan menyebabkan perbedaan panjang gelombang antara pengamat yang mengamati *black hole* dan pengamat yang bergerak bersama *black hole*. Maka, $d\tau_o < d\tau_{R+d} < d\tau_R$. Anggap terdapat atom yang berdiam di sekitar titik R, maka panjang gelombang akibat dari eksitasi atom tersebut adalah $\ell = c\Delta\tau \equiv \Delta\tau$. Oleh karena itu, panjang gelombang yang diterima oleh pengamat adalah $\Delta\tau_0$. Dengan demikian, $\ell_0 < \ell$. yang bagi pengamat terjadi pergeseran biru (*blue-shift*).

5. Kesimpulan

Perluasan model *Black hole* schwartzchild menunjukkan bahwa dinamika kelengkungan ruang-waktu tidak berkaitan dengan densitas singularitas. Hal ini menjadi pertanyaan besar, sebab selama ini diangap kelengkungan disebabkan oleh sebaran materi di dalam ruang-waktu. Hasil yang juga di luar dugaan adalah ternyata horizon peristiwa terus mengalami perluasan bagi pengamat. Perluasan model ini pada akhirnya memberi jawaban bahwa black hole yang bergerak menjauh memancarkan gelombang dengan pergeseran biru.

Daftar Kepustakaan

[1.] Al Kelly, 2005,*Challenging Modern Physics: Questioning Einstein Relativity Theories,* Florida : Brown Walker Press, 1.

[2.] Hinojosa, C.B dan Lopez-Sarrion, 2015, J " Moving Schwarzschild Black Hole and Modified Dispersion relation", Physics Letters B, In Press.

[3.] Simpson, D, 2007. *A Mathematical Derivation of the General Relativistic Schwarzschild Metric*, *Thesis*, Faculty of Departments of Physics and Mathematics, East Tennessee State University.

[4.] James, G dan James R.C., 1992. *The Mathematics Dictionary,* New York : Chapman and Hall, 59.

[5.] Dalarsson, M dan Dalarsson, N, 2015. *Tensors, Relativity and Cosmology,* Oxford : Academic Press Elsevier, 89.

[6.] Renteln, P,2013, *Manifold, Tensor and Form*, (UK: Cambridge University Press), 270.

[7.] Lasemby, A.N. Efstathiou. G dan Hobson, M.P, 2006, *General Relativity,* An Introduction for Physicist, Cambridge University Press, 249